DETERMINANTES FICHA 3

1.- Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ p & q & r \end{vmatrix} = 4$ halla el valor de los siguientes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} x-a & y-b & z-c \\ 2p & 2q & 2r \\ x & y & z \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} a & x & 3p+x \\ b & y & 3q+y \\ c & z & 3r+z \end{vmatrix}$

2.- Halla, en función de a, el valor del determinante:

$$\begin{vmatrix} a & -a & -1 & -1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 0 \\ a & -1 & -1 & a \end{vmatrix}$$

3.- Justifica cuáles de las siguientes igualdades son correctas y cuáles no:

a) $\begin{vmatrix} ka & b \\ kc & d \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} ka & b \\ c & kd \end{vmatrix} = k^2\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{vmatrix} = k^2\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

4.- Si $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 3$, calcula el valor de los siguientes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 2a+2b & b \\ 2c+2d & d \end{vmatrix}$

SOLUCIONES

1.- a) $$\begin{vmatrix} x-a & y-b & z-c \\ 2p & 2q & 2r \\ x & y & z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 2p & 2q & 2r \\ x & y & z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -a & -b & -c \\ 2p & 2q & 2r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} -a & -b & -c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} =$$

$$= -2\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = (F_2 \leftarrow F_3)(-2)(-1)\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ p & q & r \end{vmatrix} = 2\cdot 4 = 8$$

b) $$\begin{vmatrix} a & x & 3p+x \\ b & y & 3q+y \\ c & z & 3r+z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & x & 3p \\ b & y & 3q \\ c & z & 3r \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & x & x \\ b & y & y \\ c & z & z \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} a & x & p \\ b & y & q \\ c & z & r \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ p & q & r \end{vmatrix} = 3\cdot 4 = 12$$

en el último paso hemos tenido en cuenta que el determinante de un matriz coincide con el de su transpuesta

2.- $$\begin{vmatrix} a & -a & -1 & -1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 0 \\ a & -1 & -1 & a \end{vmatrix} = (F_2 + F_1)\begin{vmatrix} a & -a & -1 & -1 \\ a+1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 \\ a & -1 & -1 & a \end{vmatrix} = -(a+1)\begin{vmatrix} -a & -1 & -1 \\ 1 & a & 0 \\ -1 & -1 & a \end{vmatrix} =$$

$$= (a+1)\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 0 \\ -1 & -1 & a \end{vmatrix} = (a+1)\left(a^3 - 1 + a - a\right) = (a+1)\left(a^3 - 1\right)$$

3.- a) $\begin{vmatrix} ka & b \\ kc & d \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ Verdadera, por la propiedad de sacar factor común (k de C_1)

b) $\begin{vmatrix} ka & b \\ c & kd \end{vmatrix} = k^2\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ Falsa, no se puede aplicar ninguna propiedad y además, si hacemos el determinante: $\begin{vmatrix} ka & b \\ c & kd \end{vmatrix} = k^2ad - bc \neq k^2(ad - bc)$

c) $\begin{vmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{vmatrix} = k^2\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ Verdadera, por la propiedad de sacar factor común (k de ambas columnas)

4.- a) $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$(matriz transpuesta)= 3

b) $$\begin{vmatrix} 2a+2b & b \\ 2c+2d & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2a & b \\ 2c & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2b & b \\ 2d & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2a & b \\ 2c & d \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2\cdot 3 = 6$$